

### 3. cvičení - Parciální derivace

✚ = příklady které sa oplatí určite spraviť

**Příklad 1** (Připomenutí derivací). Spočtěte derivace následujících funkcí.

(a)  $\frac{\sqrt{x^3-1}}{1-x^2}$

(c)  $(\cos(2x) - e^{2x})^{-3}$

(b)  $\log(\cos(e^x))$

(d)  $\arccos\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \log(x^3 - 2x + 1)$

**Příklad 2.** Spočtěte parciální derivace funkce všude, kde existují.

(a)  $f(x, y) = 35x - 4y^2 + 3x^2y$

(e) ✚  $f(x, y) = x^y$

(b) ✚  $f(x, y) = \frac{\sin y^2}{x}$

(f) ✚  $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$

(c)  $f(x, y) = e^{xy} + \sin(x + y)$

(g) ✚  $f(x, y) = |x| \cdot |y|$

(d)  $f(x, y) = x \tan \frac{x}{y}$

(h) ✚  $f(x, y, z) = xyz + x \log z + yz^2$

(i)  $f(x, y) = \begin{cases} \sqrt[3]{x^2 + y} \cdot \log(x^2 + y^2), & [x, y] \neq [0, 0] \\ 0, & [x, y] = [0, 0] \end{cases}$

(j) ✚  $f(x, y) = \begin{cases} e^{\frac{-1}{x^2+xy+y^2}}, & [x, y] \neq [0, 0] \\ 0, & [x, y] = [0, 0] \end{cases}$  (superseminár)

**Příklad 3.** Načrtněte definiční obor a spočtěte parciální derivace funkce všude, kde existují. Případně ještě najděte rovnici tečné roviny v předepsaném bodě  $\mathbf{a}$ .

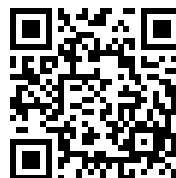
(a)  $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ ,  $\mathbf{a} = [1, -2]$ .

(b)  $f(x, y) = \sqrt{y^2 - \arcsin x}$ ,  $\mathbf{a} = [0, 1]$ .

(c)  $f(x, y) = \sqrt{y^6 - x^3}$ ,  $\mathbf{a} = [0, 2]$ .

(d)  $f(x, y) = \max\{y - \cos x, 0\}$ ,  $\mathbf{a} = [0, \pi]$ .

(e) ✚  $f(x, y) = \max\{y + x, x^3\}$ .



**Příklad 4** (Skúškové). Určite a načrtnite definičný obor funkcie. Spočítajte všetky jej parciálne derivácie vo všetkých bodoch v ktorých existujú a nakoniec napíšte rovnicu dotčnicovej roviny v predpísanom bode  $\mathbf{a}$ :

(a)  $\rightarrow f(x, y) = \arccos(x - \cos y)$ ,  $\mathbf{a} = [1, 0]$ .

(b)  $f(x, y) = \log \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{|y| + \sqrt[3]{x}}$ ,  $\mathbf{a} = [-1, 3]$ .

(c)  $\rightarrow f(x, y) = \log(e^3 - e^{|x|+2|y|})$ ,  $\mathbf{a} = [1, \frac{1}{2}]$ .

**Příklad 5** (Neřešené). Spočtete parciální derivace funkce všude, kde existují.

(a)  $\rightarrow f(x, y) = \frac{1}{2} \log \frac{x+y}{x-y}$

(e)  $f(x, y) = |y - \sin x|$

(b)  $f(x, y) = \operatorname{arccotg} \frac{x+y}{x-y}$

(f)  $\rightarrow f(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^z$  (supsemi)

(c)  $f(x, y) = |x| \cdot y$

(d)  $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$

(g)  $f(x, y, z) = x^{\frac{y}{z}}$

**Příklad 6** (Neřešené). Načrtněte definiční obor a spočtete parciální derivace funkce všude, kde existují. Případně ještě najděte rovnici tečné roviny v předepsaném bodě  $\mathbf{a}$ .

(a)  $\rightarrow f(x, y) = \sqrt{\frac{y - \sin x}{y}}$ ,  $\mathbf{a} = [0, 5]$ .

(e)  $f(x, y) = \sin |x^2 + y^2 - 1|$ .

(b)  $\rightarrow f(x, y) = (3x + y)^{|2x-3y|}$ .

(f)  $f(x, y) = \sin \sqrt[3]{x^2 + y^2 - 1}$ .

(c)  $f(x, y) = (x - 2y)^{|2x-y|}$ .

(g)  $f(x, y) = \sqrt{|x| + |y| - 1}$ .

(d)  $f(x, y) = \arcsin \frac{x+y}{x^2+x+1}$ ,  $\mathbf{a} = [1, -1]$ .

(h)  $f(x, y) = \sqrt{\frac{y}{|x|-|y|}}$ .

(i)  $f(x, y) = e^{\sqrt{x+1}} \sqrt{x+y^2}$ .

